高中数学《直线与平面垂直的判定》

【教学目标】

1. 借助对实例、图片的观察，提炼直线与平面垂直的定义，并能正确理解直线与平面垂直的定义；
2. 通过直观感知，操作确认，归纳直线与平面垂直的判定定理，并能运用判定定理证明一些空间位置关系的简单命题；
3. 在探索直线与平面垂直判定定理的过程中发展合情推理能力，同时感悟和体验“空间问题转化为平面问题”、“线面垂直转化为线线垂直”、“无限转化为有限”等数学思想。

【教学重点】直线与平面垂直的定义和直线与平面垂直判定定理的探究；

【教学难点】操作确认并概括出直线与平面垂直的判定定理。

【教学准备】三角形纸片、多媒体课件

【教学过程】

1. 从实际背景中感知直线与平面垂直的形象

问题 1：空间一条直线和一个平面有哪几种位置关系？

问题 2：在日常生活中你见得最多的直线与平面相交的情形是什么？请举例说明。

2. 提炼直线与平面垂直的定义

问题 3：你能给出直线和平面垂直的定义吗？回忆一下直线与直线垂直是如何定义的？

问题 4：结合对下列问题的思考，试着给出直线和平面垂直的定义.

(1)阳光下，旗杆 AB 与它在地面上的影子 BC 所成的角度是多少？

(2)随着太阳的移动,影子 BC 的位置也会移动,而旗杆 AB 与影子 BC 所成的角度是否会发生改变?

(3)旗杆 AB 与地面上任意一条不过点 B 的直线 B1C1 的位置关系如何?依据是什么？

（学生叙写定义，并建立文字、图形、符号这三种语言的相互转化）

思考：(1）如果一条直线垂直于一个平面内的无数条直线，那么这条直线是否与这个平面垂直？

（2）如果一条直线垂直于一个平面，那么这条直线是否垂直于这个平面内的所有直线？

（对问（1），在学生回答的基础上用直角三角板在黑板上直观演示；对问（2）可引导学生给出符号语言表述：若$l\perp\alpha,a\subset\alpha$，则$l\perp a$）

3. 探究直线与平面垂直的判定定理

创设情境　猜想定理：某公司要安装一根 8 米高的旗杆，两位工人先从旗杆的顶点挂两条长 10 米的绳子，然后拉紧绳子并把绳子的下端放在地面上两点（和旗杆脚不在同一直线上）。如果这两点都和旗杆脚距离 6 米，那么表明旗杆就和地面垂直了，你知道这是为什么吗？

师生活动：（折纸试验）请同学们拿出一块三角形纸片，我们一起做一个试验：过三角形的顶点 A 翻折纸片，得到折痕 AD（如图 1），将翻折后的纸片竖起放置在桌面上（BD、DC 与桌面接触）

华智学校

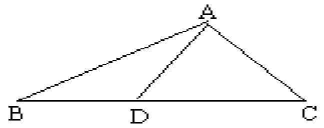


图 1

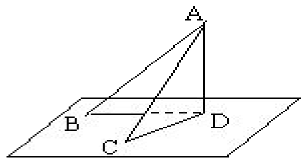


图 2

问题 5：（1）折痕 AD 与桌面垂直吗？

（2）如何翻折才能使折痕 AD 与桌面所在的平面垂直？

（组织学生动手操作、探究、确认）

问题 6：在你翻折纸片的过程中，纸片的形状发生了变化，这是变的一面，那么不变的一面是什么呢？（可从线与线的关系考虑）如果我们把折痕抽象为直线l，把 BD、CD 抽象为直线m,n，把桌面抽象为平面α(如图 3)，那么你认为保证直线l与平面α垂直的条件是什么？

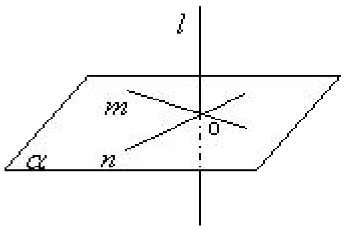


图 3

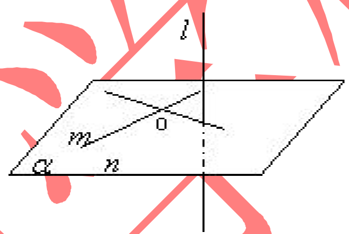


图 4

对于两条相交直线必须在平面内这一点，教师可引导学生操作：将纸片绕直线 AD（点 D 始终在桌面内）转动，使得直线 CD、BD 不在桌面所在平面内。问：直线 AD 现在还垂直于桌面所在平面吗？（此处引导学生认识到直线 CD、BD 都必须是平面内的直线）

问题 7：如果将图 3 中的两条相交直线m、n的位置改变一下，仍保证$l\perp m, l\perp n$，（如图 4）你认为直线l还垂直于平面α吗？

根据试验，请你给出直线与平面垂直的判定方法。

（学生叙写判定定理，给出文字、图形、符号这三种语言的相互转化）

问题 8：（1）与直线与平面垂直的定义相比,你觉得这个判定定理的优越性体现在哪里？

（2）你觉得定义与判定定理的共同点是什么？

思考：现在，你知道两位工人是根据什么原理安装旗杆的吗？为什么要求绳子在地面上两点和旗杆脚不在同一直线上？

如果安装完了，请你去检验旗杆与地面是否垂直，你有什么好方法？

4. 小结回授

（1）本节课你学会了哪些判断直线与平面垂直的方法？试用自己理解的语言叙述。

（2）直线与平面垂直的判定定理中体现了哪些数学思想方法？

【板书设计】略

华智学校

【教学反思】

华智学校

高中数学《正弦函数图象的对称性》

【教学目标】

1. 掌握正弦函数图象的对称性及其代数表示形式，理解诱导公式 $\sin(\pi-x)=\sin x$（$x\in$R）与 $\sin(2\pi-x)=-\sin x$（$x\in$R）的几何意义；

2．在探究过程中渗透由具体到抽象，由特殊到一般以及数形结合的思想方法，提高观察、分析、抽象概括的能力；

3．通过具体的探究活动，培养主动利用信息技术研究并解决数学问题的能力，增强合作与交流的意识。

【教学重点】

正弦函数图象的对称性

【教学难点】

用等式表示正弦函数图象关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称和关于点 $(\pi,0)$ 对称。

【教学手段】

计算机、图形计算器（学生人手一台）.

【教学过程】

一、复习引入

1. 展示生活实例

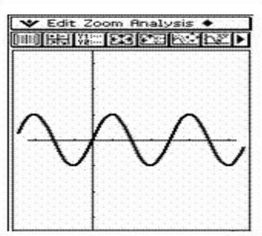
对称在自然界中有着丰富多彩的显现，各种对称图案、对称符号也都十分普遍（见下图）。



2．复习对称概念

3．作图观察

请同学们用图形计算器画出正弦函数的图象（见图），仔细观察正弦曲线是否是对称图形？是轴对称图形还是中心对称图形？



4．猜想图形性质

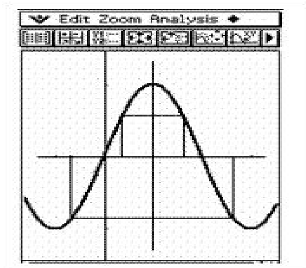
我们知道， 诱导公式 $\sin(-x)=-\sin x$ （$x\in$R），刻画了正弦曲线关于原点对称，而 $\cos(-x)=\cos x$ （$x\in$R），刻画了余弦曲线关于 y 轴对称．从这两个特殊的例子中我们得到一些启发，如果我们能够用代数式表示所发现的对称性，就可以从代数上进行严格证明．今天我们利用图形计算器来研究正弦函数图象的对称性。(【板书设计】课题)

二、探究新知

第一阶段，实例分析——对正弦曲线关于直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 对称的研究。

1．直观探索——利用图形计算器的绘图功能进行探索

请同学们在同一坐标系中画出正弦曲线和直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 的图象，选择恰当窗口并充分利用画图功能对问题进行探索研究（见图），在直线 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 两侧正弦函数值有什么变化规律？



给学生一定的时间操作、观察、归纳、交流，最后得出猜想：当自变量在 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 左右对称取值时，正弦函数值相等．

从直观上得到的猜想，需要从数值上进一步精确检验．

2．数值检验——利用图形计算器的计算功能进行探索

请同学们思考，对于上述猜想如何取值进行检验呢?

教师组织学生通过合作的方式，对称地在 $x=\dfrac{\pi}{2}$ 左右自主选取适当的自变量，并计算函数值，对结果进行列表比较归纳．同时为没有思路的学生准备参考表格如下：

x	…	$\dfrac{\pi}{2}-2$	$\dfrac{\pi}{2}-1.5$	$\dfrac{\pi}{2}-1$	$\dfrac{\pi}{2}-0.5$	$\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{\pi}{2}+0.5$	$\dfrac{\pi}{2}+1$	$\dfrac{\pi}{2}+1.5$	$\dfrac{\pi}{2}+2$	…
$\sin x$	…										…

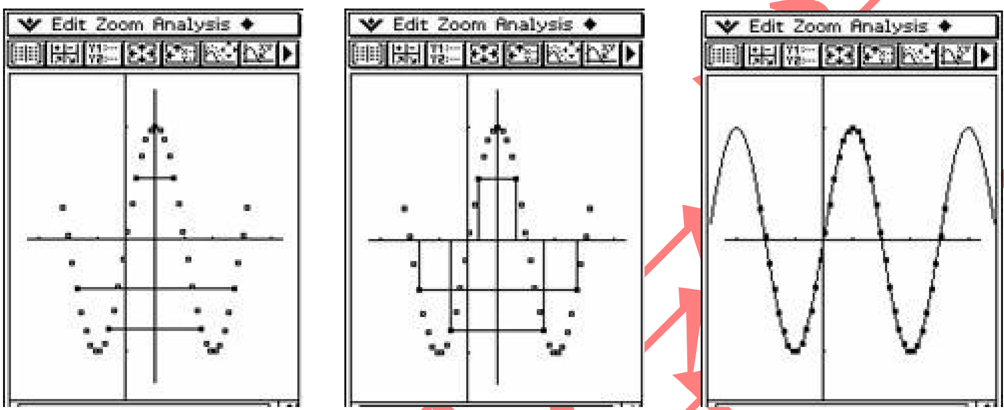
给学生一定的时间进行思考、操作，根据情况进行指导并组织学生进行交流，然后请一组学

华智学校
www.witsun.cn
汇聚智慧 精心育人
网址：www.witsun.cn 电话：021-65650721
华智学校

生说明他们的研究过程。

上述计算结果，初步检验了猜想，并可以把猜想用等式 $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\sin(\frac{\pi}{2}+x)$ （$x\in$R）表示.

请同学们利用前面得到的数据，用图形计算器描点画图（见下图），然后进行观察比较，思考点 P $(\frac{\pi}{2}-x,y)$ 和 P′ $(\frac{\pi}{2}+x,y)$ 在平面直角坐标系中有怎样的位置关系？



根据画图结果，可以看出，点 P $(\frac{\pi}{2}-x,y)$ 和 P′ $(\frac{\pi}{2}+x,y)$ 关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称. 这样，正弦曲线关于直线 $x=\frac{\pi}{2}$ 对称，可以用等式 $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\sin(\frac{\pi}{2}+x)$ （$x\in$R）表示.

这样的计算是有限的，并受到精确度的影响，还需要对等式进行严格证明.

3．严格证明——证明等式 $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\sin(\frac{\pi}{2}+x)$ 对任意 $x\in$R 恒成立

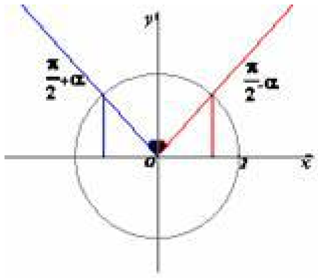
请同学们思考，证明等式的基本方法有哪些？所要证的等式左右两端有何特征？有可能选用什么样的公式？

预 案 一 ： 根 据 诱 导 公 式 $\sin(\pi-\alpha)=\sin\alpha$ ， 有 $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\sin[\pi-(\frac{\pi}{2}+x)]$

$=\sin(\frac{\pi}{2}+x)$.

预案二：根据公式 $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\cos x$ 和 $\sin(\frac{\pi}{2}+x)=\cos x$ ，有 $\sin(\frac{\pi}{2}-x)=\sin(\frac{\pi}{2}+x)$.

预案三：根据正弦函数的定义，在平面直角坐标系中， 无论α取任何实数，角$\frac{\pi}{2}-\alpha$和$\frac{\pi}{2}+\alpha$的终边总是关于y轴对称（见图），他们的正弦值恒相等.



三、课堂小结

得出了正弦函数图象对称轴方程和对称中心坐标的一般形式，研究了对称性的代数表示形式，并利用诱导公式完成了严格的理论证明．在研究的过程中，对诱导公式$\sin(\pi-x)=\sin x$与$\sin(2\pi-x)=-\sin x$（$x\in$R）有了新的理解，感受了正弦函数的对称性以及数和形的辨证统一.

四、作业设置

总结课上的研究过程和方法，尝试研究余弦函数图象的对称性，并结合自己的研究过程和结论写出研究报告，与其他同学交流收获。

【板书设计】略

【教学反思】

华智学校